

la mecànica estadística, de vegades veiem els models de reticles com a més «reals» o més «físics». Però això és una visió parcial. Són només els models continus amb propietats especials, com ara la invariància conforme en dues dimensions, els que relacionen la teoria de la probabilitat amb altres àrees desenvolupades de les matemàtiques. Aquestes relacions i interseccions han esdevingut d'importància creixent en els darrers anys, i aquesta tendència seguirà en el futur. Fins i tot per a aquell que estigui interessat en els models de reticle originals, és prou clar que les seves propietats, com ara els exponents crítics o l'universalitat crítica, no po-

den ser enteses sense una anàlisi profunda dels models continus que apareixen en els límits escalats. Gràcies al treball de Wendelin Werner, els seus col·laboradors i d'altres, hom pot dir que ara tots som «continuistes».

8. Referències

Per motius d'espai hem omès la llarga llista de referències d'aquest escrit; el lector interessat pot consultar l'article original a *Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Madrid 2006*, vol. 1, European Mathematical Society Publishing House, on les trobarà amb la mateixa numeració.

Premi Nevanlinna 2006: Jon Kleinberg



Al Congrés Internacional dels Matemàtics (ICM) celebrat a Madrid l'agost de 2006, Jon Kleinberg va rebre el Premi Nevanlinna. Aquest premi el va instaurar la International Mathematical Union (IMU) l'any 1982 i es concedeix a cada ICM, al mèrit de les contribucions en aspectes matemàtics de les ciències de la informació.

Els informàtics teòrics que han rebut prèviament el premi són: Robert Tarjan (algorísmia i teoria de grafs), Leslie Valiant (algorísmia i complexitat), Alexandre Razborov (complexitat), Avi Wigderson (complexitat i algorísmia), Peter Shor (computació quàntica) i Madhu Sudan (complexitat i teoria de codis). Una particularitat de tots ells és que treballen als EUA.

Malgrat els seus trenta-cinc anys, Jon Kleinberg té una extensa producció científica, gran part d'ella sense coautors. Com veurem, els seus articles tenen dues característiques: cobreixen un ampli espectre de l'algorísmia, i alguns dels seus treballs teòrics han tingut una aplicació pràctica a molt curt termini. Kleinberg té disponible, a la seva pàgina web, un ampli ventall de la seva producció científica <http://www.cs.cornell.edu/home/kleinber>.

Evidentment, aquest escrit té una intersecció important amb l'anunci oficial del premi que va aparèixer a la revista *Notices of the AMS* [9].

Jon Kleinberg va fer el doctorat al Departament de Computer Science al MIT, sota la direcció de Michel Goemans, sobre el tema de dissenyar algorismes per problemes del tipus *camins disjunts*. El problema bàsic és el següent: donada una xarxa, trobar els camins disjunts (que no intersectin) entre qualsevol parell de nodes a la xarxa. Es coneix que aquests problemes són NP-hard, la qual cosa implica que sota la hipòtesi plausible que $P \neq NP$, el problema no té solució eficient (que funcioni en temps polinòmic en la grandària de l'entrada) determinista [1]. El que Kleinberg va fer és dissenyar algorismes d'aproximació eficients, és a dir, algorismes que donen una solució *aproximada* a la solució òptima del problema i ho fan en temps polinòmic.

Al mateix temps que feia la seva tesi, Kleinberg va treballar en altres problemes. En particular, sobre el problema de trobar els veïns més propers a l'espai euclidià d -dimensional. Donat un conjunt $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ de punts a \mathbb{Z}^d i un altre punt $q \in \mathbb{Z}^d$, volem trobar el punt $p_i \in P$ més proper a q (en la distància ℓ_2). La solució a aquest problema es pot utilitzar com a tècnica per resoldre problemes en altres camps. Per exemple, donat un conjunt de dades, es pot representar cada dada com un punt a \mathbb{Z}^d (on d es el nombre de components de cada dada); aleshores comparar dades per veure (per exemple) el grau de similaritat és equivalent a

computar la distància com a vectors entre les dades. Abans de la contribució de Kleinberg, es coneixien algorismes per computar la distància entre punts a \mathbb{Z}^d , però aquests algorismes tenen una complexitat exponencial en d , que els fa eficients únicament per a valors petits de d . En algunes de les aplicacions d'aquest mètode de la distància mínima entre punts a \mathbb{Z}^d , com ara problemes de recuperació de la informació textual o biològica, d pot arribar a tenir valors de fins a 10^6 . L'aportació de Kleinberg va ser un algorisme eficient per aproximar el problema dels veïns més pròxims a \mathbb{Z}^d . El seu mètode consisteix a combinar, de manera molt astuta, les projeccions aleatòries dels vectors \mathbb{Z}^d a \mathbb{Z}^1 [2].

Les aportacions més conegudes de Kleinberg estan relacionades amb l'estudi de les xarxes complexes i, en particular, el web. L'any 1989 Tim Berners-Lee al CERN de Ginebra dissenyava la *www* (o web) perquè els investigadors del CERN poguessin compartir les dades de l'accelerador de partícules. Des d'aleshores el web ha crescut anàrquicament, però de manera molt autoorganitzada, fins que actualment un càlcul aproximat dona la xifra de 10^9 pàgines web. El web ha passat en disset anys a ser un element imprescindible en les relacions humanes. Recordem que la xarxa web és el graf on cada nus és una pàgina web, i les arestes dirigides són els hiperenllaços (*hyperlinks*) entre pàgines.² El creixement caòtic del web és a causa que cada usuari pot penjar tantes pàgines com vulgui, escriure en l'idioma que esculli, sobre el tema que prefereixi, i posar enllaços cap a qualsevol altra pàgina que desitgi. Cada pàgina pot tenir des d'uns quants caràcters fins a centenars de milers. Tot això dona una topologia al web que evoluciona i canvia dràsticament d'un dia a un altre. A mesura que la utilització del web es va estendre, es va fer palesa la necessitat de tenir procediments eficients de cerca d'informació en pàgines web. Al començament aquesta cerca es feia dissenyant petites peces de programari que anaven aleatòriament de pàgina en pàgina cercant la informació desitjada. La majoria de les pàgines explorades esdevenien inútils, des del punt de vista de la cerca que es feia, ja que no contenien cap informació rellevant. La gran aportació de Kleinberg va ser do-

nar importància a les connexions entre pàgines, a més dels seus continguts [2]. Kleinberg va introduir els conceptes de *pàgina autoritat* i de *pàgina distribuïdora (hub)*. Una pàgina autoritat és una pàgina web que conté informació precisa sobre un tema particular. Una pàgina distribuïdora és una pàgina web que té enllaços cap a moltes pàgines autoritat, sobre un tema determinat. Per exemple, si una persona cerca informació sobre el *teorema fonamental de l'àlgebra*, utilitzarà un cercador tipus Yahoo, Google o similars, i el resultat de la cerca és una pàgina distribuïdora, amb adreces ordenades per ordre de rellevància de pàgines autoritat, com ara la Viquipèdia, MathWorld i d'altres. Destaquem que una «bona» pàgina autoritat és una pàgina a la qual apunten molts hiperenllaços des de pàgines distribuïdores, mentre que una «bona» pàgina distribuïdora és aquella que apunta a moltes pàgines autoritat que siguin útils. Aquesta idea de la classificació de pàgines d'acord amb les connexions entre elles és molt intuïtiva, però a causa de la circularitat en les definicions de les pàgines autoritat i distribuïdores, la formulació matemàtica és complicada, i aquesta formulació és imprescindible per arribar a un mètode algorímic que al mateix temps identifiqui i avalui les pàgines autoritat i distribuïdores. L'aportació de Kleinberg va ser donar un marc formal a la relació entre la importància dels continguts de pàgines, utilitzant les pàgines distribuïdores i autoritat, i com a conseqüència produir un algorisme anomenat HITS (*hypertext induced topic selection*) per ordenar les pàgines per ordre de rellevància. Donat un tema de cerca, l'algorisme HITS funciona de la manera següent: primer fa una avaluació heurística sobre la qualitat de cada pàgina distribuïdora i de cada pàgina autoritat. A partir d'aquests primers valors aproximats, fa un procés iteratiu on a cada iteració alternativament refina l'ordenació o de les pàgines autoritat o de les pàgines distribuïdores, utilitzant els valors obtinguts per millorar l'ordenació de les pàgines a la iteració prèvia (vegeu [2, 6]). L'algorisme HITS és la base de la majoria dels cercadors de web que funcionen actualment.

L'altre tema de xarxes complexes on Klein-

²De la mateixa manera, els nusos de la xarxa Internet són les màquines i els servidors, i les arestes (no dirigides en aquest cas) són les connexions físiques entre màquines.

³El nom ha esdevingut tan conegut, que mantindrè el nom anglès.

berg té un paper molt important és el de les xarxes *small world*.³

El 1967 S. Milgram va realitzar l'experiment d'enviar una seguit de cartes des de Nebraska a Massachusetts, on la transmissió es feia via persones conegudes que es passaven la carta directament de mà en mà. Milgram va comprovar que, després de com a màxim quatre o cinc intermediaris, les cartes van arribar a la seva destinació. Va estendre l'experiment a altres tipus de xarxes socials, amb resultats semblants, i va concloure que en la majoria d'aquestes xarxes el diàmetre per anar d'un nus a un altre és com a màxim sis. Milgram va anomenar aquest fenomen *small world*. Els anys noranta es va observar experimentalment que aquesta propietat *small world* és una característica intrínseca de les xarxes complexes, i en particular que la distància mitjana (com a graf dirigit) entre dos nusos del web és setze.⁴ El 1998 Watts i Strogatz van presentar un primer model molt simple per explicar el fenomen *small world*. Però va ser el model de Kleinberg el que va donar l'explicació més acurada del fenomen *small world* a les xarxes sociològiques [3, 4]. En una xarxa sociològica els n nusos són persones, dues persones estan relacionades (amistat, coautors, etc.) si estan connectades per una aresta, i el grau de «proximitat» (veïns, treballen al mateix departament, viuen a la mateixa ciutat, etc.) és la distància a què està situat un nus respecte de l'altre. Al model original de Kleinberg el graf era un graella, on cada nus tenia connexions amb els quatre veïns, i dos nusos u i v (no veïns) estaven connectats amb probabilitat $d(u, v)^{-2}$, on d és la distància entre ells. Kleinberg va demostrar que per aquesta xarxa hi ha un algorisme, que pot portar una carta entre dues persones qualssevol a la xarxa, utilitzant com a màxim $\lg^2(n)$ intermediaris. Però el que és realment interessant és que també demostra que si la probabilitat de connexió per a distàncies grans ve donada per una distribució $d(u, v)^{-r}$ amb $r \neq 2$, aleshores no hi ha cap algorisme per passar un missatge entre dues persones qualssevol a la xarxa que ho faci en menys de $\Omega(n^c)$ on c depèn de la r que s'utilitza per a la probabilitat de tenir connexions llargues. Per tant, únicament amb la distribució $d(u, v)^{-2}$ podem assegurar l'efecte *small world*.

⁴Considerant el subgraf del web que és fortament connex, que correspon aproximadament a un 40 % del total del web.

És a dir, el resultat de Kleinberg ens diu que dues persones a una certa distància d , seran amics amb una probabilitat d^{-2} . El que sembla més important d'aquest resultat és el fet que s'ha postulat una llei sobre la natura de les relacions humanes, i la seva descoberta ha estat possible gràcies al raonament algorísmic. Recentment, Kleinberg ha impartit dues xerrades a Columbia i Berkeley on continua formulant nous resultats en el camp de la sociologia, obtinguts com aplicació del *mètode algorísmic* a diferents tipus de xarxes socials (vegeu [8] per a una petita ressenya de la xerrada a Columbia, i el bloc del 25/10/06 de Luca Trevisan, <http://in-theory.blogspot.com/>, per a una ressenya sobre la xerrada de Kleinberg a Berkeley). Reproduint directament la frase final de la ressenya feta per Trevisan:

Sovint he sentit dir que quan la biologia esdevingui una *ciència dura* amb un fort contingut de matemàtiques, la informàtica teòrica tindrà un paper fonamental en el desenvolupament de la futura biologia teòrica. El que no imaginava és que la mateixa sociologia es transformaria en una ciència dura i la informàtica teòrica tindria un paper clau en aquesta transformació.

A les actes de l'ICM celebrat a Madrid hi ha un article del mateix Kleinberg [5], on presenta una revisió molt ben feta dels seus resultats sobre *small world* i algunes conseqüències.

A més de les contribucions esmentades, Kleinberg ha treballat en un ampli ventall d'altres àrees en el camp de l'informàtica teòrica: problemes de congestió i encaminament de paquets en xarxes, protocols de comunicació en xarxes, mineria de dades, models evolutius, anàlisi de l'estructura de les proteïnes, algorismes en línia, etc. En total té més de vuitanta publicacions, i recentment, en col·laboració amb Eva Tardos, també a la Universitat de Cornell, ha publicat un llibre de text sobre algorísmia, que dona una visió diferent de la que la resta dels llibres de text fan [7].

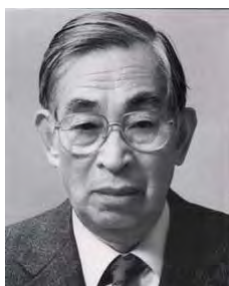
Referències

- [1] KLEINBERG, J. *Approximation algorithms for disjoint path problems*. PhD in Computer Science, Massachusetts Institute of Technology (1996).

- [2] KLEINBERG, J. «Authoritative sources in a hyperlinked environment». *Journal of the ACM*, 46, (1999). Versió conferència: SODA (1998).
- [3] KLEINBERG, J. *The small-world phenomenon: An algorithmic perspective*. *ACM Symposium on Theory of Computing*, 462–469, 2000.
- [4] KLEINBERG, J. «Navigation in the Small World». *Nature*, 406 (2000).
- [5] KLEINBERG, J. «Complex networks and decentralized search algorithms». *Proceedings of the ICM* (2006).
- [6] KLEINBERG, J.; LAWRENCE, S. «The structure of the Web». *Science*, 294 (2001).
- [7] KLEINBERG, J.; TARDOS, E. *Algorithm design*. 2a ed. Addison-Wesley, 2005.
- [8] LOHR, S. «Computing, 2016: What won't be possible?». *The New York Times* (31 d'octubre de 2006).
- [9] «The Nevanlinna Prize Awarded». *Notices of the AMS*, 53 (9), (2006): 1045–1047.

J. Díaz
UPC

Premi Gauss 2006: Kiyosi Itô



El genial Kolmogorov deia que els matemàtics de cada generació tenien un camp molt petit per treballar, limitat, d'una banda, pels problemes trivials que no tenien cap interès, i de l'altra, pels problemes tan difícils que eren impossibles de resoldre amb les matemàtiques del seu temps. Però caldria afegir que els matemàtics genials —i, sense cap dubte, en Kolmogorov ho era— són aquells que posen un peu en l'impossible. Kiyosi Itô va posar un peu en l'impossible diverses vegades durant la seva llarga vida professional i per aquest motiu ha rebut un ampli reconeixement de la comunitat matemàtica. Se li han atorgat nombrosos premis entre els quals destaca el Premi Gauss concedit al darrer Congrés Internacional dels Matemàtics celebrat a Madrid el passat mes d'agost.

Itô va néixer a l'illa japonesa de Honsu el 7 de setembre de 1915 i va estudiar la carrera de matemàtiques a la Facultat de Ciències de la Universitat Imperial de Tòquio (1935-1938). Si tenim en compte la guerra entre el Japó i la Xina de 1937 a 1945, la Segona Guerra Mundial, i els foscos anys de postguerra al Japó, hom pot imaginar que els seus primers anys de matemàtic varen ser força difícils. Entre els anys 1938 i 1942 va treballar al Servei d'Estadística Governamental; segons explica (vegeu

[3]), el director del Servei li deixava força temps per estudiar, i l'any 1942 va publicar dos treballs fonamentals: en el primer [4], que va ser la seva tesi doctoral, dona una interpretació profundíssima dels processos amb increments independents introduïts per P. Lévy, a la llum de certs resultats de J. L. Doob. Cal dir que en aquells anys la teoria de la probabilitat tot just començava a considerar-se com una part seriosa de la matemàtica, en lloc d'un recull de fórmules i trucs per al càlcul de probabilitats, i que els processos estocàstics estaven en la seva primera infància. Molt pocs matemàtics japonesos estaven interessats en aquesta teoria, i Itô, per compte propi, estudià a Lévy, Kolmogorov, Doob i Feller. Si en el primer article s'aprecia el nervi d'un matemàtic fora de sèrie, en el segon ([5]) ja hi brilla la genialitat: posa els fonaments de la integral estocàstica i de la fórmula de canvi de variables (actualment anomenats *integral i fórmula d'Itô*), que després comentarem. Aquests treballs varen tardar anys a ser estudiats amb l'atenció que mereixien: referint-se al segon article ([5]), Itô diu «quan es va publicar només el va llegir el meu amic Maruyama». Continuant amb la seva trajectòria professional, el 1943 va ser nomenat professor ajudant a la Universitat de Nagoya, on va coincidir amb K. Yosida i també amb S. Kakutani, que havia retornat a Osaka des de Princeton a causa de la guerra. L'any 1952 va ser nomenat professor a la Universitat de Kyoto, de la qual es va jubilar el 1979. Durant aquells anys va estar també a Princeton (1954-1956), Stanford (1961-1964), Aarhus (1966-1969) i Cornell (1969-1975); en aquestes visites va coincidir amb els millors probabilistes del moment: Chung, Doob, Dynkin,